

Uyarı

n tane basit önermenin doğruluk tablosunda 2^n tane durum vardır.

Çözüm:

- Önermedir. Doğrudur.
- Önermedir. Doğrudur.
- Önermedir. Yanlıştır.
- Önerme değildir.
- Önerme değildir.
- Önerme değildir.

Tanım**Önermelerin Doğruluk Değeri:**

Matematikte genellikle önermeler p, q, r, s gibi harflerle gösterilir.

p: $2 + 2 = 4$ tür.

q: Bir gün 24 saattir.

Bir önermenin doğru yada yanlış olmasına o önermenin **doğruluk değeri** denir.

Bir önerme doğru ise bu önermenin doğruluk değeri 1, bir önerme yanlış ise doğruluk değeri 0 ile gösterilir.

Sıra Sende

Aşağıdakilerden hangisi önermedir? Doğruluk değerlerini yazınız.

- $\sqrt{(-2)^2} = -2$
- 1 asal değildir.
- İzmir'e gidelim.
- Hava çok sıcak.
- Deferimi ver.

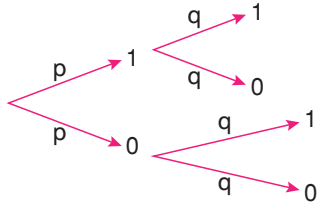
ETKİNLİK - 2

- a. Aşağıdaki tablodaki önermelerin doğruluk değerini yazınız.

p	$5 \cdot 12 = 60$	1
q	$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$	1
r	İzmir Ege bölgesindedir.	1
s	18 çift tamsayıdır.	
k	Edirne Avrupa kıtasındadır.	
u	$18 : 9 = 2$ dir.	
m	$5^2 = 125$ tir.	

b. p ve q gibi iki eşit önerme verilsin.

- Her iki önermede doğru olabilir mi?
- Önermelerin biri doğru diğeri yanlış olabilir mi?
- Her iki önerme de yanlış olabilir mi?



p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

Tanım

İki önermenin doğruluk değerleri aynı ise bu önermelere **denk önermeler** denir.

p ve q önermeleri birbirine denk ise $p \equiv q$ şeklinde gösterilir, iki önerme denk değilse $p \not\equiv q$ şeklinde gösterilir.

Örnek:

- p: $-2 + 5 = 3$ ve q: $|-2| = 2$
önermelerinin ikisi de doğru olduğu için $p \equiv q$ dur.
- p: Her dikdörtgen aynı zamanda karedir.
q: Dikdörtgenin köşegenleri dik kesişir.
önermelerinin ikisi de yanlış olduğu için $p \equiv q$ dur.

Tanım

Bir önermenin belirttiği hükümün olumsuz yapılması ile elde edilen yeni önermeye o önermenin olumsuzu veya değili denir. p önermesinin değili p' ile gösterilir.

Örnek:

- p : İzmir Anadolu'da dır.
 p' : İzmir Anadolu'da değildir.
 $p \equiv 1$ ise $p' \equiv 0$ dır.
q: Türkiye Birleşmiş Milletlere üyedir.
 q' : Türkiye Birleşmiş Milletlere üye değildir.
 $q \equiv 1$ ise $q' \equiv 0$ dır.
r: $5 + 2 < 9$ dur.
 r' : $5 + 2 \geq 9$ dur.
 $r \equiv 1$ ise $r' \equiv 0$ dır.

O halde

p	p'
1	0
0	1

Uyarı

Bir önermenin değilinin değili kendisine eşittir.
 $p \equiv (p')$ dır.

BİLEŞİK ÖNERMELER

Bir önerme yalnızca bir hüküm taşıyabilir. Birden çok hüküm taşıyan önermeler de olabilir. Bir önermede bir hükmü başka bir hükme bağlamak için bağlaçlar kullanılır.

Örnek:

p : Ebru düzenli ders çalışır **ise** başarılı olur.

q : Bakkaldan ekmeğe **ve** süt aldım.

r : Kalemim masanın üstündedir **veya** kalem kutusundadır.

s : Bir dikdörtgenin kare olabilmesi için **ancak ve ancak** kenarları birbirine eşit olmalıdır.

Örnek

$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$ ise

$(p \vee q) \vee (r' \vee q')$ v r'

bileşik önermesinin doğruluk değeri nedir?

Çözüm

$\equiv (1 \vee 0) \vee (0 \vee 1) \vee 0$

$\equiv 1 \vee 1 \vee 0$

$\equiv 1 \vee 0$

$\equiv 1$ dir.

Tanım

Birden fazla önermenin ve, veya, ya da, ise, ancak ve ancak gibi bağlaçlardan biri veya daha fazlası ile bağlanmasından oluşan önermelere **birleşik önerme** denir.

Ve, veya, ya da, ise, ancak ve ancak gibi bağlaçlara **mantıksal bağlaçlar** denir.

Ve Bağlacı (\wedge)

p ve q önermelerinin her ikisinde doğru iken doğru diğer durumlarda ise yanlıştır. Tabloda gösterilmiştir.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Örnek:

p: Ankara Türkiye'nin başkentidir.

q: İstanbul Türkiye'nin en büyük şehridir.

$p \equiv 1$

$q \equiv 1$

“Ankara Türkiye'nin başkentidir ve İstanbul Türkiye'nin en büyük şehridir.”

Bileşik önermesi doğrudur.

$p \wedge q \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1$ dir.

Örnek:

p: $4.5 = 20$ dir.

q: $8 - 3 = 6$ dir.

$p \wedge q$: “ $4.5 = 20$ dir” ve “ $8 - 3 = 6$ dir”

$p \wedge q \equiv 1 \wedge 0 \equiv 0$ dir.

Veya Bağlacı (\vee)

p ve q önermelerinden en az biri doğru iken doğru, ikisinde yanlış iken yanlıştır.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Örnek:

p : $18:3 = 9$ dur.

q : 1928 çift sayıdır.

$p \equiv 0$ $q \equiv 1$ olduğundan $p \vee q \equiv 0 \vee 1 \equiv 1$ dir.

Ya da Bağlacı (\vee)

p ve q önermelerinin ikisi de doğru veya ikisi de yanlış iken **yanlış**, biri doğru diğeri yanlış iken **doğru** dur.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$p \vee p^1 \equiv 1$$

Örnek:

p : " $\sqrt{(-2)^2} = -2$ " q : " $-2 + 3 = -1$ "

$p \equiv 0$, $q \equiv 0$ olduğundan

$p \vee q \equiv 0 \vee 0 \equiv 0$ dir.

"ve", "veya" Bağlaçları İle Kurulan Bileşik Önermelerin Özellikleri

1. $p \wedge 1 \equiv p$ dir.

p	1	$p \wedge 1$
1	1	1
0	1	0

$$p \wedge 1 \equiv p \text{ dir.}$$

$p \vee 1 \equiv 1$ dir.

p	1	$p \vee 1$
1	1	1
0	1	1

$$p \vee 1 \equiv 1 \text{ dir.}$$

2. $p \wedge 0 \equiv 0$ dir.

p	0	$p \wedge 0$
1	0	0
0	0	0

$$p \wedge 0 \equiv 0 \text{ dir.}$$

$p \vee 0 \equiv p$ dir.

p	0	$p \vee 0$
1	0	1
0	0	0

$$p \vee 0 \equiv p$$

Sıra Sende

$(p \wedge 1^1) \vee (q \vee 0^1)$
önermesinin doğruluk değeri nedir?

Sıra Sende

$[(1 \wedge q) \vee (0 \vee q)] \vee [(q \wedge 1) \vee (0 \wedge 0)]$
birleşik önermesinin dengini yazınız.

3. $p \wedge p' \equiv 0$

p	p'	$p \wedge p'$
1	0	0
0	1	0

$p \wedge p' \equiv 0$ dir.

$p \vee p' \equiv 1$

p	p'	$p \vee p'$
1	0	1
0	1	1

$p \vee p' \equiv 1$

4. Tek Kuvvet Özelliği

Herhangi bir p önermesi için $p \vee p$ ve $p \wedge p$ önermelerinin doğruluk değerleri tabloda verilmiştir.

$p \wedge p \equiv p$ ve $p \vee p \equiv p$ dir.

p	p	$p \vee p$	$p \wedge p$
1	1	1	1
0	0	0	0

5. Değişme Özelliği

$p \wedge q \equiv q \wedge p$

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	0	0

$p \wedge q \equiv q \wedge p$ dir.

$p \vee q \equiv q \vee p$

p	q	$p \vee q$	$q \vee p$
1	1	1	1
1	0	1	1
0	1	1	1
0	0	0	0

$p \vee q \equiv q \vee p$

6. Birleşme Özelliği

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ dir.

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(q \wedge r)$	$(p \wedge q) \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0

$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ dir.

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

p	q	r	$(p \vee q)$	$(q \vee r)$	$(p \vee q) \vee r$	$p \vee (q \vee r)$
1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0

$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$

7. Dağılım Özelliği

a) \wedge nin \vee üzerinde dağılım özelliği

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ dir.

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge r)$	$p \wedge (q \vee r)$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

Örnek

$[(p \vee p') \wedge (1 \wedge 0')] \vee 0$
önermesinin dengi nedir?

Çözüm

$p \vee p' \equiv 1$ ve $0' = 1$ dir.

$1 \wedge 1 = 1$

Soruda yerlerine yazarsak

$[1 \wedge 1] \vee 0 = 1 \vee 0$
 $= 1$ dir.

Sıra Sende

$p \wedge (p \vee q) \equiv p$ olduğunu doğruluk tablosu çizerek gösteriniz.

b) \vee nin \wedge üzerinde dağılıma özelliği

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee q$	$p \vee r$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

8. De Morgan Kuralı

a) $(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$

p	q	p'	q'	$p \vee q$	$(p \vee q)'$	$p' \wedge q'$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1

$$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

b) $(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$

p	q	p'	q'	$p \wedge q$	$(p \wedge q)'$	$p' \vee q'$
1	1	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

Örnek:

$(p \vee q)' \wedge (p' \vee q)'$ önermesinin dengini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned}
 (p \vee q)' \wedge (p' \vee q)' &\equiv (p' \wedge q') \wedge (p \wedge q) \quad (\text{De Morgan}) \\
 &\equiv p' \wedge q' \wedge p \wedge q \quad (\text{Birleşme}) \\
 &\equiv p' \wedge p \wedge q' \wedge q \quad (\text{Değişme özelliği}) \\
 &\equiv 0 \wedge 0 \\
 &\equiv 0 \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Örnek:

$[p \vee r] \wedge [p \vee q]$ önermesinin değilini bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} [[p \vee r] \wedge [p \vee q]]^1 &\equiv [p \vee r]^1 \vee [p \vee q]^1 \quad (\text{De Morgan}) \\ &\equiv (p^1 \wedge r^1) \vee [p^1 \wedge q] \quad (\text{Daęılma özelliği}) \\ &\equiv p^1 \wedge [r^1 \vee q] \text{ dir.} \end{aligned}$$

ETKİNLİK - 3**A) Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.**

1. Yalnızca bir hüküm belirten önermelere önerme denir.
2. İki veya daha çok basit önermenin bağlaçlar yardımıyla birleştirilerek oluşturulan önermeye önerme denir.
3. $p \vee (p \wedge q) \equiv \dots$ dir.
4. $0 \vee [(1 \wedge 1) \wedge 0] \equiv \dots$ dir.

B) Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1. $1 \wedge 1 \equiv \square$
2. $1 \wedge 0 \equiv \square$
3. $1 \vee 1 \equiv \square$
4. $1 \vee 0 \equiv \square$
5. $0 \vee 0 \equiv \square$

C) Aşağıdaki ifadelerin denklemlerini yazınız.

1. $(p^1)^1 \equiv$
2. $(p \wedge q)^1 \equiv$
3. $(p^1 \vee q)^1 \equiv$
4. $(p \wedge q^1)^1 \equiv$

Örnek

$[(p^1 \vee q) \wedge (q \vee r)]$
önermesinin değilini yazınız.

Çözüm

$$\begin{aligned} &[(p^1 \vee q) \wedge (q \vee r)]^1 \\ &\equiv (p^1 \vee q)^1 \vee (q \vee r)^1 \\ &\equiv [(p^1)^1 \wedge q^1] \vee [q^1 \wedge r^1] \\ &\equiv [p \wedge q^1] \vee [q^1 \wedge r^1] \\ &\equiv (p \wedge q^1) \vee (r^1 \wedge q^1) \\ &\equiv (p \vee r^1) \wedge q^1 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Uyarı

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesinde p ye **hipotez** q ya **hüküm** denir.

KOŞULLU ÖNERMELER

Tanım

İse (\Rightarrow) bağlacı ile elde edilen bileşik önermelere **koşullu önerme** denir. $p \Rightarrow q$ önermesi p doğru q yanlış iken yanlış, diğer durumlarda doğrudur. Ayrıca $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ dur.

p	q	p'	$p \Rightarrow q$	$p' \vee q$
1	1	0	1	1
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

$$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$$

Örnek

$p \Rightarrow (p' \wedge q)$ bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

Örnek:

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p'$$

birleşik önermenin doğruluk tablosunu yapalım.

p	q	p'	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \Rightarrow p'$
1	1	0	1	0
1	0	0	0	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

Çözüm

p	q	p'	$p' \wedge q$	$p \Rightarrow (p' \wedge q)$
1	1	0	0	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	0	1

$$p' \equiv p \Rightarrow (p' \wedge q)$$

Örnek:

$$(p \Rightarrow q) \vee (p \vee q)$$

bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapalım.

p	q	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$(p \Rightarrow q) \vee (p \vee q)$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	0	1

Örnek:

p: Öğretmenimi dikkatle dinledim.

q: Sınıfta öğrendiklerimi evde tekrar ettim.

r: Konuya ait testin tamamını doğru çözdüm.

önermelerine uygun bileşik önerme $(p \wedge q) \Rightarrow r$ dir.

Tanım

Koşullu Önermenin Karşıtı

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesinde hipotez ile hükümün yer değiştirilmesi ile oluşan

$q \Rightarrow p$ önermesine $p \Rightarrow q$ nin karşıtı denir.

Örnek:

a bir çift sayı $\Rightarrow a^7$ çift sayıdır.

önermesinin karşıtı

a^7 çift sayı $\Rightarrow a$ çift sayıdır.

Tablosunu yaparsak

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$
1	1	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	0	1	1

$p \Rightarrow q \equiv q \Rightarrow p$

Uyarı

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi doğru iken bunun karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesinde doğru ya da yanlış olabilir. Fakat $p \Rightarrow q$ önermesi yanlış iken $q \Rightarrow p$ karşıtı önermesi kesinlikle doğrudur.

$p \equiv 1, q \equiv 0$ ise

$p \Rightarrow q \equiv 0$

$q \Rightarrow p \equiv 1$

Tanım

Koşullu Önermenin Tersi

$p \Rightarrow q$ önermesi verilsin. $p' \Rightarrow q'$ önermesine $p \Rightarrow q$ nin tersi denir.

Örnek:

" $5 + 4 = 9 \Rightarrow 5^2 + 4^2 = 9^2$ " önermesinin tersi

" $5 + 4 \neq 9 \Rightarrow 5^2 + 4^2 \neq 9^2$ "

" $17 - 4 = 13 \Rightarrow 17 \neq 13$ " önermesinin tersi

" $17 - 4 \neq 13 \Rightarrow 17 = 13$ "

Tablosunu yaparsak

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$p' \Rightarrow q'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	1	1

$p \Rightarrow q \equiv p' \Rightarrow q'$

Uyarı

$p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı ile tersi denktir.

$p \Rightarrow q$ önermesi için

Karşıtı \equiv tersi

$q \Rightarrow p \equiv p' \Rightarrow q'$

Sıra Sende

$$p: -2 < -1$$

$$q: (-3)^2 = 9$$

önergeleri için $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtını, tersini ve karşıt tersini yazınız.

Tanım

$p \Rightarrow q$ önermesi verilsin.

$q' \Rightarrow p'$ önermesine $p \Rightarrow q$ nun karşıt tersi denir.

Örnek:

“19 asal sayı \Rightarrow Pozitif tamsayı bölenleri 2 tanedir.”

önergemesinin karşıt tersi

“Pozitif tamsayı bölenleri 2 tane değil \Rightarrow 19 asal sayı değildir.

Tablosunu yapalım.

p	q	p'	q'	$p \Rightarrow q$	$q' \Rightarrow p'$
1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	1	1

$$p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$$

Örnek:

$$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow (p' \wedge q)$$

önergemesinin karşıt tersini bulup sadeleştiriniz.

Çözüm:

$$\begin{aligned} &\equiv (p' \wedge q)' \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \Rightarrow q]' \\ &\equiv (p \vee q') \Rightarrow [(p \Rightarrow q)' \vee q]' \\ &\equiv (p \vee q')' \vee [(p \Rightarrow q) \wedge q'] \\ &\equiv (p' \wedge q) \vee [(p' \vee q) \wedge q'] \\ &\equiv (p' \wedge q) \vee [(p' \wedge q') \vee \underbrace{(q \wedge q')}_0] \\ &\equiv (p' \wedge q) \vee (p' \wedge q') \\ &\equiv p' \wedge \underbrace{(q \vee q')}_1 \text{ olur.} \\ &\equiv p' \text{ olur.} \end{aligned}$$

ETKİNLİK - 4

A) Aşağıdaki önergelerin terslerini, karşıt terslerini ve karşıtlarını yazınız.

	Karşıtı	Tersi	Karşıt tersi
1. $p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$p' \Rightarrow q'$	$q' \Rightarrow p'$
2. $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge r)$			
3. $(p' \vee r) \Rightarrow (q \vee r)$			
4. $[(p \Rightarrow q) \vee r] \Rightarrow r$			
5. $(p' \vee q) \Rightarrow [(p \vee r') \vee q]$			

B) Aşağıdaki önermeleri denklemleri ile eşleyiniz.

- | | | | |
|----|-------------------------------------|----|--|
| 1. | $(p \vee q)'$ | a. | $p' \vee q$ |
| 2. | $(1 \wedge 0)' \wedge (1 \wedge 1)$ | b. | $p' \wedge q'$ |
| 3. | $p \Rightarrow q$ | c. | 1 |
| 4. | $p \Rightarrow (q \wedge r)$ | d. | $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$ |
| 5. | $p \vee (q \wedge r)$ | e. | $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$ |

C) Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- $[(p \vee q) \wedge (p \Rightarrow q)] \equiv (p \vee q) \wedge (\dots)$
 $\equiv (p \wedge \dots) \vee q \equiv \dots \vee q \equiv q$
- $(r' \wedge s) \Rightarrow (p \Rightarrow q') \equiv 0$ ise
 $(r' \wedge s) \Rightarrow (p \Rightarrow q') \equiv (\dots \vee \dots) \vee (\dots \vee \dots)$
 $\dots \vee \dots \equiv 0$ ve $\dots \vee \dots \equiv 0$ olur. Burdan
 $r \equiv \dots$, $s \equiv \dots$, $p \equiv \dots$, $q \equiv \dots$ bulunur.

Tanım

İki yönlü koşullu önerme (ancak ve ancak)

p ve q önermeleri için $p \Rightarrow q$ ile $q \Rightarrow p$ koşullu önermelerinin \wedge bağlacı ile bağlanmasından oluşan $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ bileşik önermesine iki yönlü koşullu önerme denir ve $p \Leftrightarrow q$ şeklinde yazılır. "**p ancak ve ancak q**" şeklinde okunur.

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1



$p \Leftrightarrow q$ iki yönlü koşullu önermesi, p ve q önermelerinin her ikisinin de doğru ya da her ikisinde yanlış olması durumlarında **doğru**, diğer durumlarda **yanlış**tır.

$p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$ olduğunu gösterelim.

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$q \Leftrightarrow p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1

$p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

Sıra Sende

$(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)$ bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

Sıra Sende

$(p \wedge q) \Leftrightarrow p'$ bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

$(p \Leftrightarrow q)' \equiv (p' \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow q')$ olduğunu gösterelim.

p	q	p'	q'	$p \Leftrightarrow q$	$(p \Leftrightarrow q)'$	$(p' \Leftrightarrow q)$	$p \Leftrightarrow q'$
1	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0

$(p \Leftrightarrow q)' \equiv p' \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow q'$

Sıra Sende

$(p' \vee q) \Leftrightarrow (q' \Rightarrow p)$ bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

ETKİNLİK - 5

1. p: "A sayısı 9 ile tam bölünür."

q: "A sayısının basamaklarındaki rakamlar toplamı 9'un katıdır."

- $p \Rightarrow q$ önermesini yazınız.
- $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı olan $q \Rightarrow p$ önermesini yazınız.
- $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ve $p \Leftrightarrow q$ olacak şekilde yazınız.

Sıra Sende

$p' \vee (q \Rightarrow r')$ önermesinin doğruluk değeri 0 ise $q \Rightarrow [(p \vee q) \wedge (r' \vee p)]$ önermesinin doğruluk değeri nedir?

2. p: "ABCD bir karedir."

q: "ABCD dörtgeninin kenarları ve açıları eşittir."

$p \Leftrightarrow q$ önermesini yazınız.

3. $(0 \Leftrightarrow 0) \wedge (1 \Leftrightarrow 0')$ bileşik önermesinin doğruluk değeri dir.

Sıra Sende

$p \Rightarrow q \equiv 0$ ise $q' \Leftrightarrow (p \wedge q)$ önermesinin doğruluk değeri nedir?

Aşağıdaki doğruluk tablosunu tamamlayınız ve sonucu yorumlayınız.

p	q	q'	p'	$p \wedge p'$	$q \vee q'$	$(p \wedge p') \Leftrightarrow (q \vee q')$
1	1	0				
1	0	1				
0	1	0				
0	0	1				

AÇIK ÖNERMELER

Tanım

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenlere verilen değerlere göre doğru ya da yanlış olduğu belirlenen önermelere **açık önerme** denir. x değişken olmak üzere $p(x)$ şeklinde gösterilir.

Örnek:

$p(x): x - 4 < 0$ önermesi

$x = 1$ için doğru bir önermedir. $p(1) \equiv 1$

$x = 7$ için yanlış bir önermedir. $p(7) \equiv 0$

$p(x): 3x^2 - 4 > 0$ önermesi

$x = 1$ için yanlış bir önermedir. $p(1) \equiv 0$

$x = 2$ için doğru bir önermedir. $p(2) \equiv 1$

Örnek:

x bir doğal sayı olduğuna göre

$p(x): x^2 - 5 < 0$ önermesinin doğruluk kümesi nedir?

Çözüm:

$p(0): -5 < 0$ doğru

$p(1): -4 < 0$ doğru

$p(2): -1 < 0$ doğru

$x: 2$ den büyük değerler alırsa önerme yanlış olur. O halde doğruluk kümesi $\{0, 1, 2\}$ dir.

Niceleyiciler

Önüne geldiği elemanların doğruluğunu veya yanlışlığını belirleyen sözcüklere **niceleyici** denir.

p : **Bazı** çokgenler yamuktur.

q : **Bazı** x değerleri için $x^2 - 3 < 0$ dir.

r : **Her** x tamsayısı için $2x + 1$ tek sayıdır.

s : **Her** kare bir dikdörtgendir.

Sıra Sende

“Her reel sayının karesinin 5 fazlası 8 den küçüktür.” önermesini matematiksel olarak ifade ediniz ve doğruluk değerini yazınız.

Sıra Sende

Aşağıdaki açık önermelerin $x = -1$ için doğruluk değerlerini yazınız.

1. $p(x) : x^2 - 1 > 0$

2. $q(x) : 3x + 1 = 0$

3. $r(x) : \frac{x+1}{3x+1} = 0$

Tanım

“Her” sözcüğü “bütün” anlamı taşır. \forall simgesi ile gösterilir. Bu niceleyiciye **evrensel niceleyici** denir.

Örnek:

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 + 5 > 0$ önermesi doğrudur.

$\forall x \in \mathbb{R}$ için $x^2 > 0$ önermesi ise yanlıştır. Bu önermeyi sağlamayan bir tek sıfır elemanı vardır.

Örnek

$\forall x \in \mathbb{R}$ için
 $p(x): x^2 + 5 < 8$
 $p(x) \equiv 0$ dır.

Tanım

“Bazı” sözcüğü “en az bir” anlamı taşır. \exists simgesi ile gösterilir. Bu niceleyiciye **varlıksal niceleyici** denir.

Örnek:

$p(x): \exists x \in \mathbb{R}$ için $2x + 1 = 0$ dır.

Önermesi doğrudur. Çünkü sadece $x = -\frac{1}{2}$ değeri vardır.

Örnek:

$q(x): \exists x \in \mathbb{R}$ için $x^2 + 1 < 0$ dır.

Önermesi yanlıştır. Çünkü hiçbir $x \in \mathbb{R}$ için $x^2 + 1 < 0$ olamaz. Daima pozitifdir.

Niceleyicilerin Olumsuzu (Değili)

$$[\forall x, p(x)]^! \equiv \exists x, p^!(x)$$

$$[\exists x, p(x)]^! \equiv \forall x, p^!(x)$$

Örnek:

$\exists x \in \mathbb{R}, p(x) : x^2 + 3x - 1 < 0$ önermesinin değilini alırsak

$\forall x \in \mathbb{R}, p^!(x) : x^2 + 3x - 1 \geq 0$ olur.

Örnek:

$\forall x \in \mathbb{R}, q(x) : x^3 - x^2 - 7 < 0$ önermesinin değilini

$\exists x \in \mathbb{R}, q^!(x) : x^3 - x^2 - 7 \geq 0$ dır.

ETKİNLİK - 6

- A) Aşağıdaki tabloda her bir önermeyi, niceleyicileri kullanarak karşısındaki boşluklara matematiksel olarak yazınız. Doğruluk değerlerini belirtiniz.

Her $x \in Z$ için 2^x bir çift tamsayıdır.	
Bazı $x \in R$ için $x(x - 1)$ pozitiftir.	
Her x tamsayısı için $3x^2$ pozitiftir.	
Bazı $x \in R$ için $3x + 1 = 0$ dir.	

- B) Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

1. " $\exists x \in Z$ için $3x - 2 = 0$ " önermesinin olumsuzu dir.
2. " $\forall x \in R$ için $x^2 + 1 \leq 0$ " önermesinin olumsuzu dir.
3. $(\forall x \in Z$ için $x + 5 > 0) \wedge (\exists x \in R$ için $x^2 \leq 0)$ önermesinin olumsuzu dir.
4. $(\exists x \in R$ için $4x - 1 \neq 0) \vee (\forall x \in R$ için $x + 3 > x)$ önermesinin olumsuzu dur.

- C) Aşağıdaki ifadelerin doğruluk değerlerini bulup yanındaki boşluğa yazınız.

1. $\forall x \in R$ için $x^2 + 4x - 7 \geq 0$
2. $\forall x \in R$ için $x + 7 < 4$
3. $\exists x \in R$ için $x - 1 < 3$
4. $\exists x \in R$ için $|x| \geq 0$
5. $\forall x \in Z$ için $2^x > 0$
6. $\forall x \in Z^-$ için $x^{-x} > 1$
7. $\exists x \in Z$ için $x^2 - 4x + 4 \geq 0$

Sıra Sende

Aşağıdaki önermelerin doğruluk değerlerini yazınız ve doğruluk değerlerini bulunuz.

- A) $\forall x \in R, q(x): x^2 - 5x < 0$
- B) $\exists x \in R, p(x): x - 5 > 0$
- C) $\forall x \in N, q(x): 3x - 8 > 0$
- D) $\forall x \in N, R(x): 2^x$ tek sayı

1. Aşağıdaki terimlerin hangisi matematikte tanımsız bir terimdir?

- A) Üçgen B) Açık C) Düzlem
D) Değişken E) Asal sayı

2. Aşağıdaki ifadelerden hangisi önerme değildir?

- A) $4 = 5$
B) 17 asal sayıdır.
C) Ders çalışalım.
D) Yamuk 5 kenarlı bir dörtgendir.
E) $0! = 1!$

3. Aşağıdakilerden hangisi açık önermedir?

- A) $3x + 1 > 5$ B) $5 > 7$
C) Bir hafta 6 gündür. D) $5 + 3 = 8$
E) $0 \Rightarrow 1 \equiv 1$

4. $p \Rightarrow q$ önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge q'$ B) $p' \vee q'$ C) $p' \Rightarrow q'$
D) $p' \wedge q$ E) $p \wedge q'$

5. "3 asal sayı ise 3^2 asal değildir." koşullu önermesinin karşıtı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 asal sayı değil ise 3^2 asal değildir.
B) 3^2 asal ise 3 asal sayı değildir.
C) 3^2 asal değil ise 3 asal sayıdır.
D) 3^2 asal değil ise 3 asal sayı değildir.
E) 3 asal sayı ise 3^2 asal sayıdır.

6. 5. sorudaki önermenin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 asal sayı değil ise 3^2 asal değildir.
B) 3^2 asal ise 3 asal sayı değildir.
C) 3^2 asal değil ise 3 asal sayıdır.
D) 3^2 asal değil ise 3 asal sayı değildir.
E) 3 asal sayı değil ise 3^2 asal sayıdır.

7. 5. sorudaki önermenin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 asal sayı değil ise 3^2 asal değildir.
B) 3^2 asal ise 3 asal sayı değildir.
C) 3^2 asal değil ise 3 asal sayıdır.
D) 3^2 asal değil ise 3 asal sayı değildir.
E) 3 asal sayı değil ise 3^2 asaldır.

ÇÖZÜMLÜ TEST

8. $(p \wedge q)' \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \wedge q$ B) $q' \wedge p$ C) $q \Rightarrow p$
D) $p \Rightarrow q$ E) $p \Leftrightarrow q$

9. $p \Rightarrow q \equiv 0$ olduğuna göre, aşağıdaki önermelerden hangisi daima doğrudur?

- A) $(p \vee q)'$ B) $(p \Rightarrow q)'$ C) $q \wedge (p \vee q)$
D) $q' \Rightarrow p$ E) $p' \wedge q$

10. $(p \wedge q)' \Rightarrow (p' \vee r') \equiv 0$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisinin sonucu diğerlerinden farklıdır?

- A) $p' \vee q$ B) $q' \wedge r'$ C) $q \Leftrightarrow r$
D) $q \Rightarrow p$ E) $p' \Leftrightarrow r$

11. $p' \vee q \equiv 0$ ve $q \Leftrightarrow r' \equiv 1$ olduğuna göre p, q, r önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 0 B) 1, 1, 1 C) 0, 0, 1
D) 1, 0, 1 E) 0, 1, 1

12. " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 \neq 0$ " önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 = 0$ "
B) " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 > 0$ "
C) " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 < 0$ "
D) " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 = 0$ "
E) " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 \neq 0$ "

13. $(\forall x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 > 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}$ için $|x| = -x)$ önermesinin değili (olumsuzu) aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(\exists x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 < 0) \vee (\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| = x)$
B) $(\exists x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 \leq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| \neq -x)$
C) $(\forall x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 \leq 0) \vee (\exists x \in \mathbb{R}$ için $|x| \neq -x)$
D) $(\forall x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 \leq 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}$ için $|x| \neq -x)$
E) $(\exists x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 = 0) \wedge (\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| = x)$

1. Üçgen, açı, düzlem ve asal sayının tanımları vardır. Değişken tanımsız bir kavramdır.

YANIT D

2. Doğru veya yanlış kesin bir hüküm belirtmediği için "Ders çalışalım" önerme değildir. İstek belirtmektedir.

YANIT C

3. İçinde bilinmeyen bulunan " $3x + 1 > 5$ " önermesi açık önermedir.

YANIT A

4. $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ olduğundan $(p \Rightarrow q)' = (p' \vee q)'$
 $= p \wedge q'$ dir.

YANIT E

5. $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$ olduğundan "3 asal sayı ise 3^2 asal değildir." önermesinin karşıtı "3² asal değil ise 3 asal sayıdır." dir.

YANIT C

6. $p \Rightarrow q$ önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$ olduğundan "3 asal sayı ise 3^2 asal değildir." önermesinin tersi "3 asal sayı değil ise 3^2 asaldır."

YANIT E

7. $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt-terisi $q' \Rightarrow p'$ olduğundan "3 asal sayı ise 3^2 asal değildir." önermesinin karşıt-terisi "3² asal ise 3 asal sayı değildir."

YANIT B

8. $(p \wedge q)' \Rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (p \Rightarrow q)$
 $\equiv (p' \vee q) \vee (p' \vee q)$
 $\equiv (p' \vee p') \vee (q \vee q) \equiv p' \vee q \equiv p \Rightarrow q$

YANIT D

9. $p \Rightarrow q \equiv 0$ ise $p \equiv 1$ ve $q \equiv 0$ dir. $q' \equiv 1$ olduğundan $q' \Rightarrow p$ önermesi $1 \Rightarrow 1 \equiv 1$ dir.

YANIT D

10. $(p \wedge q)' \Rightarrow (p' \vee r') \equiv 0$ ise $p \wedge q' \equiv 1$, $p' \vee r' \equiv 0$ dir. Bu sonuçlardan $p \equiv 1$, $q' \equiv 1$, $r' \equiv 0$ bulunur. O halde $p \equiv 1$, $q \equiv 0$, $r \equiv 1$ dir. Bu değerlere göre A, B, C, E seçeneklerinin doğruluk değerleri 0 dir. D seçeneği $q \Rightarrow p$ önermesi $0 \Rightarrow 1 \equiv 1$ dir.

YANIT D

11. $p' \vee q \equiv 0$ ise $p' \equiv 0$ ve $q \equiv 0$ dir. O halde $p \equiv 1$ dir.
 $q \Leftrightarrow r' \equiv 1$ ise $q \equiv 0$ olduğundan $r' \equiv 0$ dir. O halde $r \equiv 1$ dir. p, q, r nin doğruluk değerleri 1, 0, 1 dir.

YANIT D

12. " $\exists x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 \neq 0$ " önermesinin olumsuzu " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $3x + 2 = 0$ " dir.

YANIT D

13. $(\forall x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 > 0) \wedge (\exists x \in \mathbb{R}$ için $|x| = -x)$ önermesinin olumsuzu $(\exists x \in \mathbb{R}$ için $x + 1 \leq 0) \vee (\forall x \in \mathbb{R}$ için $|x| \neq -x)$ dir.

YANIT B

YAZILI OLUYORUM

1. $(p \vee q) \Rightarrow (p' \Leftrightarrow q)$

bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

2. $p' \Rightarrow q \equiv 0$ ise

$(p \wedge q) \Leftrightarrow q'$ bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

3. **$[(p \Rightarrow q) \vee p']$ bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.**

4. **Aşağıdaki önermenin karşıt tersini yazıp dengini bulunuz.**

$$[(p \vee q) \Rightarrow r] \Rightarrow [p' \Rightarrow q]$$

5. $\exists x \in \mathbb{R}, p(x): x^3 - 4x - 7 \geq 0$

önermesinin değilini yazınız.

6. $(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 4x + 3 > 0)$ ise $(\exists x \in \mathbb{N}, 5^x + 7 \text{ doğal sayıdır.})$

bileşik önermesinin karşıit tersini yazınız.

7. $[p' \Rightarrow (q \wedge p')] \Rightarrow (p' \Rightarrow q)'$

önermesinin dengini yazınız.

8. $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \wedge q)'$

bileşik önermesinin doğruluk tablosunu yapınız.

1. $(p' \wedge 0) \Rightarrow q$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) p C) q' D) 1 E) q

2. $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p B) q C) p' D) 1 E) 0

3. $(p' \vee q) \Rightarrow q$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) p \vee q
D) p \wedge q E) p \Rightarrow q

4. $(p \wedge q) \vee (p' \vee q)'$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) p' C) q D) q' E) p \vee q

5. $(p \vee q') \Rightarrow (p \vee q)'$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p \wedge q B) p \wedge q' C) p' \vee q
D) p' E) q'

6. $[p \vee (p' \wedge r)]'$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p \vee r B) p \wedge r' C) p' \wedge r'
D) 1 E) 0

7. $q' \Rightarrow p$ önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p B) q C) 1
D) q' \wedge p' E) q \wedge p

8. $[p \Rightarrow (q \vee p)]'$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p B) 1 C) q D) 0 E) p \vee q

9. $p \Rightarrow (q \vee p') \equiv 0$ ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) q' \vee p \equiv 1 B) (q \wedge p)' \equiv 1
C) q \Rightarrow p' \equiv 1 D) p' \Rightarrow q \equiv 1
E) q' \vee p \equiv 1

10. $q \Rightarrow (p \wedge q)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) p \wedge q B) q \vee p C) q' \vee p
D) 0 E) 1

11. $(p \wedge q) \Rightarrow (r \Rightarrow s) \equiv 0$ ise p, q, r, s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1, 1, 0, 0 B) 1, 0, 1, 0 C) 0, 1, 1, 0
D) 0, 0, 1, 1 E) 1, 1, 1, 0

12. $q' \vee p$ önermesi yanlış ise aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $q \Rightarrow p$ B) $q \wedge p$ C) $p \Leftrightarrow q$
D) $q \vee p'$ E) $q \Rightarrow p'$

13. $p \vee r = 0$, $r' \vee q \equiv 1$ olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \vee q' \equiv 0$ B) $p' \Rightarrow r \equiv 1$ C) $p' \wedge r' \equiv 0$
D) $r \vee p' \equiv 1$ E) $p' \vee r' \equiv 1$

14. p ve q önermeleri doğru, r önermesi yanlış ise aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 0 dir?

- A) $(p \wedge q) \vee r$ B) $p \wedge (q \vee r)$
C) $p' \Rightarrow (q' \vee r)$ D) $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$
E) $p \Rightarrow (q \vee r)$

15. $(p' \wedge q) \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) $q \vee p$
D) $p \Rightarrow q$ E) $q' \Rightarrow p'$

16. $[\forall x, x^2 - 3x + 1 > 0]$ önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[\exists x, x^2 - 3x + 1 \leq 0]$
B) $[\forall x, x^2 - 3x + 1 \leq 0]$
C) $[\forall x, x^2 - 3x + 1 < 0]$
D) $[\exists x, x^2 - 3x + 1 \neq 0]$
E) $[\exists x, x^2 - 3x + 1 \geq 0]$

17. I. $\forall x, (x - 4)^2 > 0$

II. $\exists x, x^2 + 3 < 0$

III. $\forall x, x^3 = x$

IV. $\forall x, x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$

V. $\exists x, \frac{x^2}{x^2} = 1$

önermelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

18. $x \in Z$ olmak üzere aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $\exists x, |x| = x$
B) $\forall x, x^2 > 0$
C) $\forall x, x^4 + 3 \neq 7$
D) $\exists x, x^2 - 2x + 1 = 0$
E) $\forall x, |x| \geq 0$

19. $p' \wedge q \equiv 1$ ise aşağıdaki bileşik önermelerden hangisi doğrudur?

- A) $p \vee q$ B) $p \Leftrightarrow q$ C) $p \wedge q$
D) $p' \wedge q'$ E) $p \vee (q' \wedge p')$

1. $(p \vee q) \Rightarrow r$ önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $r \Rightarrow (p \vee q)$ B) $r' \Rightarrow (p \vee q)$
 C) $r \Rightarrow (p \vee q)'$ D) $r' \Rightarrow (p' \wedge q')$
 E) $r' \Rightarrow (p' \wedge q)$

2. $p \Rightarrow (q' \vee r)$ önermesinin karşıt tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \Rightarrow (q \vee r')$ B) $p \Rightarrow (p \wedge r')$
 C) $(q \vee r') \Rightarrow p'$ D) $(q \wedge r') \Rightarrow p$
 E) $(q \wedge r') \Rightarrow p'$

3. $x \in Z$ olmak üzere $(\forall x, x^2 - 2x - 3 < 0)$ önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\exists x, x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 B) $\forall x, x^2 - 2x - 3 \geq 0$
 C) $\exists x, x^2 - 2x - 3 > 0$
 D) $\exists x, x^2 - 2x - 3 \leq 0$
 E) $\forall x, x^2 - 2x - 3 = 0$

4. $x \in Z$ olmak üzere $(x \leq 1$ veya $x^2 > 4)$ açık önermesi hangi x değeri için yanlıştır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 1 E) 2

5. $[(\exists x, x^2 - x > 5) \wedge (\forall x, x \geq 7)]'$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[(\forall x, x^2 - x \leq 5) \wedge (\exists x, x < 7)]$
 B) $[(\forall x, x^2 - x \leq 5) \vee (\exists x, x < 7)]$
 C) $[(\exists x, x^2 - x < 5) \vee (\forall x, x < 7)]$
 D) $[(\exists x, x^2 - x > 5) \wedge (\exists x, x < 7)]$
 E) $[(\forall x, x^2 - x < 5) \vee (\exists x, x > 7)]$

6. $p \wedge [(p' \wedge q') \vee q] \vee (q \wedge p)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p' \vee q$ B) $p' \wedge q'$ C) $p \wedge q$
 D) $p \vee q'$ E) $p' \vee q'$

7. $(p \vee q') \Rightarrow q'$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $p \vee q$ B) $(p \wedge q)'$ C) p'
 D) $p' \vee q$ E) $p \wedge q'$

8. $(p \Rightarrow q) \vee (p' \Rightarrow q)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) q' B) $p \vee q'$ C) p
 D) 1 E) 0

9. $[q \Rightarrow (q \wedge r)] \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \wedge q$ B) $q \Rightarrow r$ C) $r \vee q'$
 D) 0 E) 1

10. $(p' \vee 1) \Leftrightarrow (p' \vee q)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \vee q$ B) $q' \vee p'$ C) $p' \wedge q'$
D) $p' \vee q$ E) $q' \vee p$

11. $[(p \wedge q) \Rightarrow q]'$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) p
D) q E) p'

12. $[(q \Rightarrow p') \Rightarrow q'] \vee p'$ önermesinin değilli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) $p' \vee q$
D) $p \wedge q$ E) $p' \wedge q'$

13. $(p' \wedge q) \Rightarrow (p \vee r) \equiv 0$ ise p, q, r nin doğruluk değerleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0, 0, 1 B) 1, 0, 1 C) 1, 1, 1
D) 0, 0, 0 E) 0, 1, 0

14. $(p \Rightarrow q') \vee r$ önermesi yanlış ise

- I. $(p \wedge q') \vee (r \Rightarrow p)$
II. $(p \Leftrightarrow r) \wedge (q \vee r)$
III. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
IV. $(p' \Leftrightarrow r)' \vee r'$
V. $(p \vee q) \wedge r$

önermelerinden kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. $(p' \vee q)' \wedge (r \vee q)' \equiv 1$ ise $(p \vee r)' \vee (r' \wedge p)$ önermesinin dengi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \wedge q$ B) $r \wedge q$ C) $(p \vee r)'$
D) $p \wedge (r \vee q)'$ E) $q \wedge (p \vee r)'$

16. $r' \Rightarrow (q \vee p)$ önermesinin doğruluk değeri 0 ise aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri 1 dir?

- A) $r' \wedge r$ B) $q \Leftrightarrow p$ C) $q \wedge (p' \vee r')$
D) $p \wedge r'$ E) $(r \vee p) \wedge p'$

17. Aşağıdaki önermelerden hangisi yanlıştır?

- A) $[(x = 2) \wedge (y = 4)] \Rightarrow x.y = 8$
B) $[(x = 3) \vee (y = -7)] \Rightarrow (x - 3)(y + 7) = 0$
C) $[(x = 6) \vee (y = 3)] \Rightarrow x.y = 18$
D) $[(x - 2)(y + 3) \neq 0] \Rightarrow [(x \neq 2) \wedge (y \neq -3)]$
E) $(x^2 - 25 = 0) \Rightarrow [(x = 5) \vee (x = -5)]$

18. $[(q \vee r') \wedge (q \Rightarrow r)']'$ önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

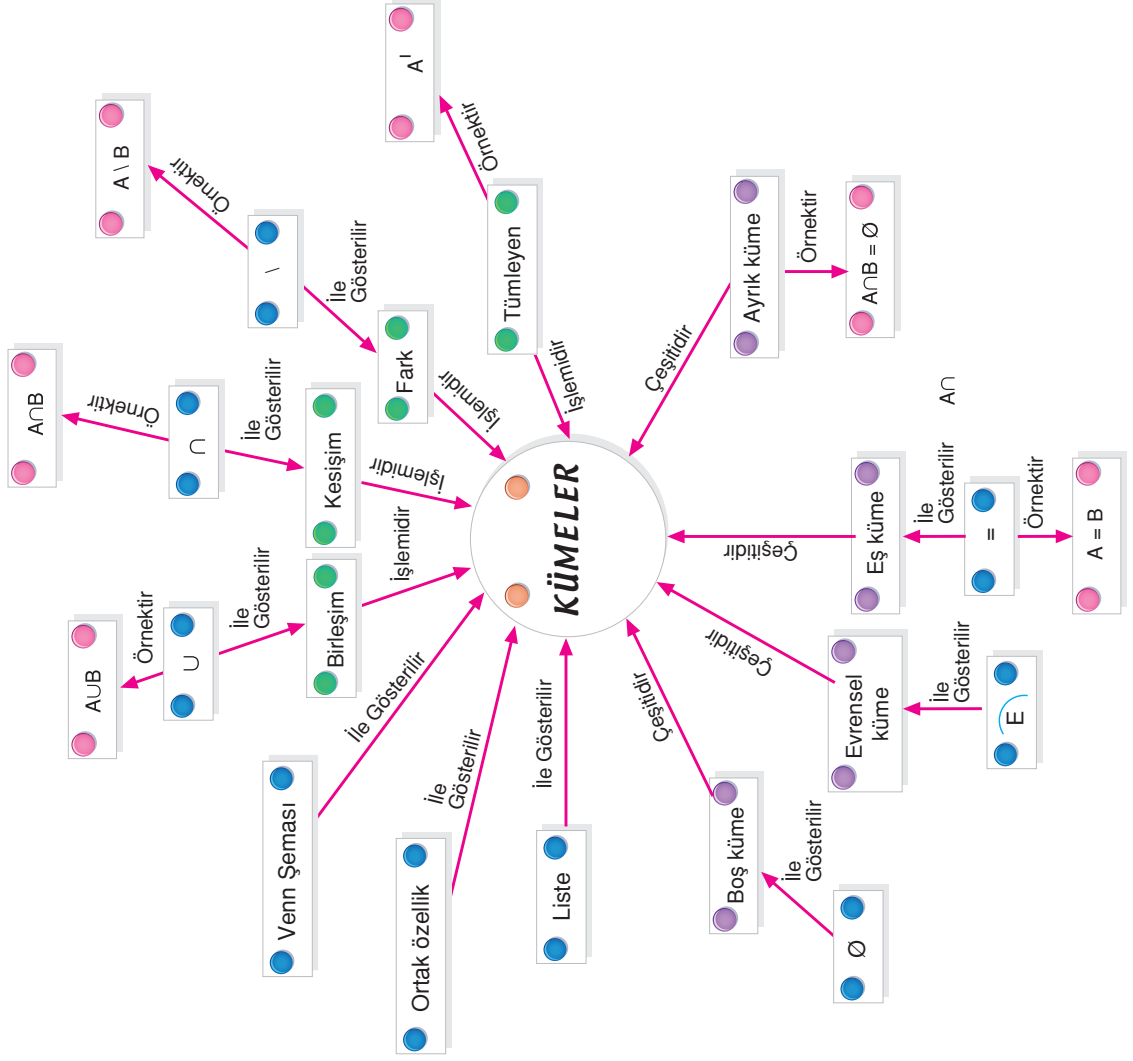
- A) 1 B) 0 C) r
D) r' E) $r' \wedge q'$

2. ÜNİTE

KÜMELER

- Küme
- Eleman olma
- Boş küme
- Alt küme
- Evrensel küme
- Eşit kümeler
- Sonlu ve Sonsuz kümeler
- Birleşim
- Kesişim
- Fark
- Tümleme
- Ayrık kümeler
- Sıralı ikili
- İki kümenin kartezyen çarpımı

AKILLI HARİTAM



KÜMELER

Küme kavramı matematikte tanımsızdır. Ancak iyi tanımlanmış sonlu veya sonsuz çokluktaki nesnelere topluluğu şeklinde açıklanabilir.

$A = \{\text{Alfabemizdeki sesli harfler}\}$ bir kümedir.

$B = \{1, 3, 5\}$ bir kümedir.

Küme oluşturulan nesnelere her birine **eleman** denir.

Eğer bir x nesnesi bir A kümesinin elemanı ise bunu $x \in A$ biçiminde yazar ve " **x elemanıdır A** " diye okuruz. x nesnesi A kümesinin elemanı değilse, bunu $x \notin A$ biçiminde yazar ve " **x elemanı değildir A** " diye okuruz. Bir A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

Kümelerin Gösterimi

1) Liste yöntemi ile gösterim: Kümenin elemanları $\{ \}$ sembollerinin arasına, birbirlerinden virgül ile ayrılarak yazılır. Bu yazılımda elemanların sırası önemli değildir. Aynı eleman birden fazla yazılmaz.

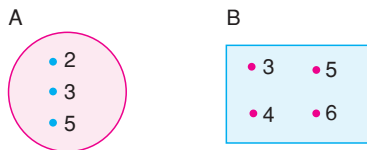
- $A = \{a, b, c\}$
- $B = \{\text{matematik, tarih, türkçe}\}$

2) Ortak özellik yöntemi ile gösterim: Bir kümenin elemanlarının hepsinde ortak olan bir özellik varsa, bu özellik söylenerek küme belirtilebilir. Bu yazılış;

$A = \{x|\dots\}$ veya $A = \{x: \dots\}$ biçimindedir.

- $A = \{x | x, \text{ ilk üç asal sayı}\}$ kümesi liste yöntemiyle yazılırsa;
 $A = \{2, 3, 5\}$ biçiminde olur.
- $B = \{y | 2 < y \leq 6, y \in \mathbb{Z}\}$ kümesi liste yöntemiyle yazılırsa;
 $B = \{3, 4, 5, 6\}$ biçiminde olur.

3) Venn şeması ile gösterim: Kümenin elemanları kapalı, düzlemsel bir şeklin iç bölgesinde, yanlarına $(.)$ konularak gösterilir.



Sıra Sende

$A = \{x | x \text{ asal rakamlar}\}$ kümesini liste yöntemiyle ve Venn şeması ile gösteriniz.

Sıra Sende

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesini ortak özellik yöntemiyle gösteriniz.

Sonlu ve Sonsuz Kümeler

Tanım

Elemanları sayılabilir çoklukta olan kümelere **sonlu küme**, elemanları sayılamaz çoklukta olan kümelere, **sonsuz küme** denir.

- $A = \{x \mid -5 < x \leq 100, x = 5n, n \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin kaç tane elemanı olduğunu hesaplayabiliriz. Sonlu kümedir.
- $B = \{x \mid x < -3, x \in \mathbb{Z}\}$ kümesinin elemanlarını sayamayız. Sonsuz kümedir.

Tanım

Boş Küme

Elemanı olmayan kümeye boş küme denir ve \emptyset veya $\{\}$ sembolü ile gösterilir.

- $A = \{\text{Türkçe'de W ile başlayan sözcükler}\}$ ise $A = \emptyset$ dir.
- $B = \{x \mid -5 \leq x < 2, x \text{ asal sayı}\}$ ise $B = \emptyset$ dir.

Uyarı

Bir kümenin \emptyset dışındaki alt kümelerini bulmak için, bu kümeye ait herhangi sayıdaki eleman alınarak bir $\{\}$ (küme parantezi) içine yazılır.

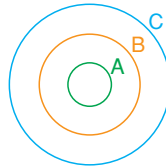
Tanım

Alt Küme ve Özal Küme

A ve B iki küme olsun. A kümesinin her elemanı, B kümesinin de bir elemanı ise, A kümesine B kümesinin **alt kümesidir** denir ve $A \subset B$ biçiminde gösterilir. Bu durum $B \supset A$ şeklinde de yazılabilir, ancak "**B, A'yı kapsar**" şeklinde okunur. Bir kümenin kendisi dışındaki tüm alt kümelerine, o kümenin **öz alt kümesi** denir.

Alt Kümenin Özellikleri

- 1) Boş küme her kümenin alt kümesidir. $\emptyset \subset A$
- 2) Her küme kendisinin alt kümesidir. $A \subset A$
- 3) A, B, C kümeleri için $A \subset B$ ve $B \subset C$ ise, $A \subset C$ dir. Bunu Venn şemasıyla gösterelim.



- 4) $s(A) = n$ ise
 - A kümesinin bütün alt kümeleri sayısı; 2^n dir.

- A kümesinin bütün özalt kümeleri sayısı; $2^n - 1$ dir.
- $A = \{2, 4, 6\}$ kümesinin;
 Elemanı olmayan alt kümesi: \emptyset
 Bir elemanlı alt kümeleri: $\{2\}, \{4\}, \{6\}$
 İki elemanlı alt kümeleri : $\{2, 4\}, \{2,6\}, \{4,6\}$
 Üç elemanlı alt kümesi : $\{2, 4, 6\}$
 Şimdi $A = \{2, 4, 6\}$ nın 8 tane alt kümesi olduğunu bulduk. A kümesinin $\{2, 4, 6\}$ kümesi dışındaki bütün alt kümeleri birer özalt kümedir.
- $A = \{x, y, z\}, B = \{1, x, 2, y\}$ verilsin.
 Burada A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir. Çünkü $z \in A$ olduğu halde $z \notin B$ dir.

Örnek:

$A = \{x, y, \{z\}, \{x\}, \{d, e\}\}$ kümesi için

a) $s(A) = 5$

b) $x \in A, y \in A, \{z\} \in A$

$\{x\} \in A, \{d, e\} \in A$

c) $2^5 = 32$ tane alt kümesi,

$2^5 - 1 = 31$ tane özalt kümesi vardır.

d) b şikkındaki elemanlar yeniden bir küme parantezi içine yazılırsa alt kümeler elde edilir. O halde

$\{x\} \subset A, \{y\} \subset A, \{\{z\}\} \subset A, \{\{x\}\} \subset A, \{\{d, e\}\} \subset A$ şeklindedir. Dikkat edilirse $\{x\}$ hem eleman, hem de alt kümedir.

Eşit Kümeler

Aynı elemanlardan oluşan iki kümeye **eşit kümeler** denir.

$A \subset B$ ve $B \subset A$ ise $A = B$ dir.

• $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{x \mid x - 1 < 3, x \in \mathbb{Z}^+\}$

$x - 1 < 3 \Rightarrow x < 4$

$B = \{1, 2, 3\}$

A ve B nin elemanları aynı olduğu için $A = B$ dir.

Örnek

63 tane özalt kümesi olan bir kümenin kaç elemanı vardır?

Çözüm

Bu kümenin eleman sayısı n olsun
 $2^n - 1 = 63$
 $2^n = 64$
 $2^n = 2^6 \Rightarrow n = 6$ bulunur.
 Bu küme 6 elemanlıdır.

Örnek

A kümesinin alt küme sayısı P dir.

A kümesinin eleman sayısı 3 azaltılırsa alt küme sayısı ne kadar azalır?

Çözüm

$s(A) = x$ olsun

A kümesinin alt küme sayısı

$2^x = P$ olur.

A nın eleman sayısı 3 azaltılırsa alt küme sayısı 2^{x-3} olur.

A nın alt küme sayısı;

$$\begin{aligned} 2^x - 2^{x-3} &= 2^x - \frac{2^x}{8} \\ &= P - \frac{P}{8} \\ &= \frac{7P}{8} \text{ azalır.} \end{aligned}$$

Örnek:

$A = \{a, b, c, d, x, y, z\}$ kümesi için aşağıdaki cümleleri söyleyebiliriz.

- 1) Alt küme sayısı = 2^7
- 2) a nın bulunduğu alt küme sayısı = 2^6
- 3) a nın bulunmadığı alt küme sayısı = 2^6
- 4) a ve b nin bulunduğu alt küme sayısı = 2^5
- 5) a ve b nin bulunmadığı alt küme sayısı = 2^5
- 6) a nın bulunup b nin bulunmadığı alt küme sayısı = 2^5
- 7) a, b, c nin bulunup, d nin bulunmadığı alt küme sayısı = 2^3
- 8) a veya b nin bulunduğu alt küme sayısı = $2^7 - 2^5$

ETKİNLİK - 1

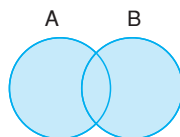
Aşağıdaki soruların doğru veya yanlış olduklarını karşılarındaki kutucuklara "X" işareti koyarak belirtiniz. Yanlış olanların, doğru şeklini yazınız.

- | | Doğru | Yanlış |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) $A = \{a, b, c, d, e, f, k\}$ ve $B = \{a, d, f, k\}$ ise $B \subset A$ dır. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2) $A = \{a, b, \{a\}\}$ ise $\{a, b\} \in A$ dır. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) $A = \{1, 2, \{1\}, 3\}$ kümesi için $\{1\} \subset A$ ve $\{1\} \in A$ dır. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

KÜMELERDE İŞLEMLER

Tanım I

A ve B herhangi iki küme olsun. A veya B den en az birine ait elemanlardan oluşan kümeye A ile B nin birleşimi denir ve



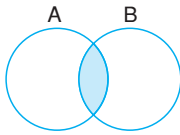
$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$ şeklinde gösterilir.

Birleşim özellikleri:

- Her A kümesi için $A \cup A = A$
- A ve B kümeleri için $A \cup B = B \cup A$
- A, B ve C kümeleri için $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
- Her A kümesi için $A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$
- $s(A \cup B) = s(A) + s(B) - s(A \cap B)$
- $s(A \cup B \cup C) = s(A) + s(B) + s(C) - s(A \cap B) - s(A \cap C) - s(B \cap C) + s(A \cap B \cap C)$

Tanım II

A ve B herhangi iki küme olsun. A ve B ye ait elemanlardan (ortak elemanlar) oluşan kümeye A ile B nin kesişimi denir ve



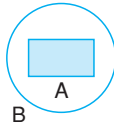
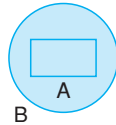
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

şeklinde gösterilir.

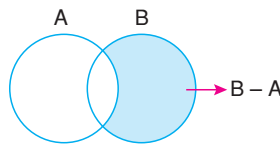
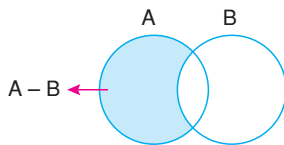
Ortak eleman yoksa A ile B ye ayrı kümeler denir. $A \cap B = \emptyset$

Kesişim özellikleri:

- Her A kümesi için $A \cap A = A$
- A ve B kümeleri için $A \cap B = B \cap A$ dir.
- Her A kümesi için $A \cap \emptyset = \emptyset$ dir.
- $A \cap B = \emptyset$ ise
A = \emptyset veya B = \emptyset olabilir ya da ortak elemanları yoktur.
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
- $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$ ve $A \cap B = A$

**Tanım III**

A ve B herhangi iki küme olsun. A'da bulunup, B'de bulunmayan (yalnızca A da bulunan) elemanlardan oluşan kümeye A fark B kümesi denir ve $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$ şeklinde gösterilir.

**Örnek**

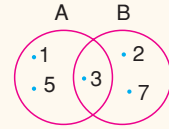
A ve B birer küme olmak üzere

$$A = \{1, 3, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7\} \text{ ve}$$

$$A \setminus B = \{1, 5\} \text{ ise}$$

s(B) kaçtır?

Çözüm

$$B = \{2, 3, 7\}$$

$$s(B) = 3 \text{ bulunur.}$$

Sıra Sende

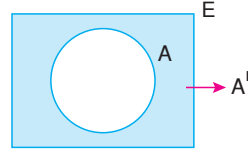
$A = \{1, 2, 3\}$
 $B = \{2, 4, 6\}$ ise
 $A \cap B$, $A \cup B$,
 $A - B$ ve $B - A$
kümelerini yazınız.

Fark işleminin özellikleri:

- 1) $A - B \neq B - A$
- 2) $E - A = A^1$
- 3) $A - B = A \cap B^1$
- 4) $A \subset B \Rightarrow A - B = \emptyset$
- 5) $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$

Tanım IV

A herhangi bir küme olsun. A da bulunmayan ve evrensel kümeye ait elemanların oluşturduğu kümeye A'nın tümleyeni denir ve $A^1 = \{x \mid x \notin A \wedge x \in E\}$ şeklinde gösterilir.



Tümleyen işleminin özellikleri:

- 1) $(A^1)^1 = A$
 - 2) $E^1 = \emptyset$
 - 3) $(\emptyset)^1 = E$
 - 4) $A \subset B \Rightarrow B^1 \subset A^1$
 - 5) $A \cup A^1 = E$
 - 6) $A \cap A^1 = \emptyset$
 - 7) $(A \cup B)^1 = A^1 \cap B^1$
 - 8) $(A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1$
 - 9) $s(A) + s(A^1) = s(E)$
- } De Morgan Kuralı

Örnek:

A ve B kümeleri için;

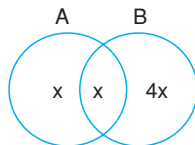
$$s(A - B) = s(A \cap B) = \frac{s(B - A)}{4} \text{ ve,}$$

$A \cup B$ kümesinin eleman sayısı 18 ise **s(A)** kaçtır?

Çözüm:

$$s(A - B) = s(A \cap B) = \frac{s(B - A)}{4} = x \text{ olsun}$$

$$s(A - B) = x, \quad s(A \cap B) = x, \quad s(B - A) = 4x$$



$$s(A \cup B) = 6x$$

$$18 = 6x$$

$$3 = x$$

$$s(A) = 2x \text{ ise}$$

$$s(A) = 6 \text{ bulunur.}$$

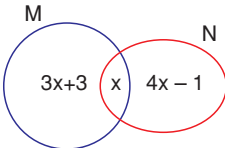
ETKİNLİK - 2

Aşağıdaki boşlukları uygun şekilde doldurunuz.

- 1) $A \cap B = A$ ise dir.
- 2) $A \cap B = \emptyset$ ise A ile B kümeleri kümeleridir.
- 3) $A \cap B \neq \emptyset$ ise $s(A \cup B) = \dots + \dots - \dots$ formülü kullanılır.
- 4) $A \cap B \neq \emptyset$ ise $A - B = \dots$ eşitliği fark kümesinin önemli bir özelliğidir.

ETKİNLİK - 3

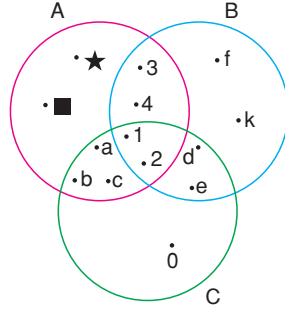
Aşağıdaki soruların doğru veya yanlış olduklarını karşılarındaki kutucuklara "X" işareti koyarak belirtiniz. Yanlış olanların doğru şeklini yazınız.

- | | Doğru | Yanlış |
|---|--------------------------|--------------------------|
| 1) $s(A) = 10$ ve $s(B) = 8$ ise $s(A \cup B)$ en az 10 en çok 18 olur. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 2)  $s(M \cup N) = 7$ ise
şekildeki M ve N kümeleri için üzerindeki değerler
eleman sayılarıdır. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 3) 16 kişilik bir sınıfta basketbol veya voleybol oynayan 12 öğrenci vardır.
Voleybol oynamayan 7 öğrenci varsa yalnız basketbol oynayan 3 öğrenci vardır. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 4) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ve $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ise
$s(A \cap B) = 2$ ve $s(A \cup B) = 9$ 'dur. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 5) $A \subset B$, $B \subset A$, $A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$ ve
A ile B kümeleri aynı E evrensel kümesinin alt kümeleridir.
$[(A \cup B)' \cap (B - A)']' \equiv \emptyset$ olur. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 6) $A = \{x \mid x < 200 \text{ ve } x = 4k, x \in \mathbb{N}\}$ kümesi için $s(A) = 50$ dir. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

ETKİNLİK - 4

Aşağıda verilen soruları karşısındaki cevaplarla eşleştiriniz.

1)



$(A \cap C) - B$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

2) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

kümesinin alt kümelerinin kaçında 3 elemanı varken 4 elemanı **yoktur**?

3) $A = \{x \mid x < 200, x = 3k, k \in \mathbb{Z}^+\}$
 $B = \{x \mid x < 210, x = 4k, k \in \mathbb{Z}^+\}$

kümeleri için $s(A \cap B)$ kaçtır?

4) A ve B kümeleri için

$$s(A) = 17$$

$$s(B) = 13 \text{ ve}$$

$s(A \cap B) = 5$ olduğuna göre $s(A \cup B)$ kaçtır?

5) A ve B birbirinden farklı iki küme ve A kümesi B kümesinin alt kümesi değildir.

$$s(A) = 3 \text{ ve}$$

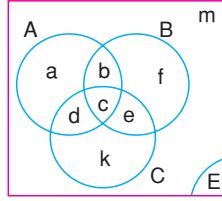
$$s(B) = 8 \text{ ise}$$

$A \cup B$ nin eleman sayısı en az kaçtır?



Küme Problemleri

A, B, C kümeleri E evrensel kümenin alt kümeleri olmak üzere;



Venn şemasında a, b, c, d, e, f, k, m buldukları bölgelerin eleman sayılarını göstermektedir.

A: Matematik dersinden geçenlerin kümesi

B: Fizik dersinden geçenlerin kümesi

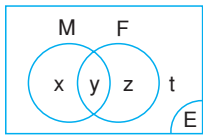
C: Kimya dersinden geçenlerin kümesi

- Sadece bir dersten geçenlerin sayısı = $a + f + k$
- Sadece iki dersten geçenlerin sayısı = $b + d + e$
- En az bir dersten geçenlerin sayısı = $a + b + c + d + e + f + k$
- En az iki dersten geçenlerin sayısı = $b + d + c + e$
- En çok bir dersten geçenlerin sayısı = $a + f + k + m$
- En çok iki dersten geçenlerin sayısı = $a + b + d + e + f + k + m$

Örnek:

Matematik ve fizik dersinden geçenlerin veya kalanların bulunduğu bir sınıfta en çok bir dersten geçenlerin sayısı 24, en az bir dersten geçenlerin sayısı 22, yalnız bir dersten geçenlerin sayısı 20 ise sınıfta kaç kişi vardır?

Çözüm:



En çok bir dersten geçenler; $x + z + t = 24$

En az bir dersten geçenler, $x + y + z = 22$

Yalnız bir dersten geçenler, $x + z = 20$

$$\underbrace{x + z + y}_{20} = 22 \quad \boxed{y = 2}$$

$$\begin{aligned} \text{öğrenci sayısı} &= x + z + t + y = \underbrace{24}_{24} + 2 \\ &= 26 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Sıra Sende

40 kişilik bir grupta İngilizce bilenlerin sayısı, Almanca bilenlerin sayısının 2 katıdır. **Bu grupta her iki dili bilen 6 kişi ve 2 dili de bilmeyen 10 kişi olduğuna göre yalnızca İngilizce bilen kaç kişidir?**

Örnek:

25 kişilik bir sınıfın 19'u erkektir. Sarışın öğrenci sayısı 13 tür. Sarışın olmayan erkek öğrenci sayısı, sarışın kız öğrenci sayısını 4 katıdır.

Buna göre, esmer kız öğrencilerin sayısı kaçtır?

Çözüm:

Bu tür sorular tablo ile çözülür.

	Erkek	Kız	
Sarışın	$19-4x$	x	13
Esmer	$4x$		12
	19	6	

$$19 - 4x + x = 13$$

$$6 = 3x$$

$$2 = x$$

Sarışın kız öğrenci sayısı = 2

Sarışın erkek öğrenci sayısı = 11

Esmer erkek öğrenci sayısı = 8

Esmer kız öğrenci sayısı = 4 bulunur.

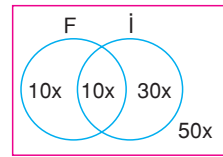
Örnek:

Fransızca veya İngilizce dillerini bilen ya da bilmeyenlerin bulunduğu bir topluluktaki kişilerin %40 ı İngilizce, %20 si Fransızca, %10 u ise hem İngilizce hem Fransızca bilmektedir.

Toplulukta bu dilleri bilmeyen 20 kişi olduğuna göre, İngilizce bilenlerin sayısı kaçtır?

Çözüm:

Topluluktaki kişi sayısı $100x$ olsun



$$50x = 20$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$\text{İngilizce bilenler } 40x = 40 \cdot \frac{2}{5} = 16 \text{ dir.}$$

SIRALI İKİLİ**Tanım**

A ve B boş olmayan iki küme olsun. $a \in A$ ve $b \in B$ alınarak oluşturulan (a, b) şeklindeki elemana **sıralı ikili** denir veya kısaca **ikili** denir. a'ya birinci bileşen (apsis), b'ye ikinci bileşen (ordinat) denir. Sıralı ikili denmesinin nedeni, a ile b nin yerleri değişirse ikilinin anlamı değişir.

- $(3, 5), (\sqrt{2}, 8), (-\frac{3}{7}, 4), (3^5, -\frac{4}{11}), (0, 5)$

sıralı ikilidir.

Sıralı İkilerin Eşitliği

Eğer (a, b) sıralı ikilisinin (c, d) sıralı ikilisine eşit olduğu söylenirse (a, b) = (c, d) şeklinde yazılır.

Bu eşitliğin oluşması ise $a = c$ ve $b = d$ ile mümkündür.

Örnek:

$(2x - y, x + 8) = (3^x, 6 - x)$ olduğuna göre **y kaçtır?**

Çözüm:

$$(2x - y, x + 8) = (3^x, 6 - x)$$

$$2x - y = 3^x \quad \text{ve} \quad x + 8 = 6 - x$$

$$2 \cdot (-1) - y = 3^{-1}$$

$$2x = -2$$

$$-2 - y = \frac{1}{3}$$

$$x = -1$$

1. eşitlikte
yerine yazarsak

$$-y = \frac{1}{3} + 2 \Rightarrow -y = \frac{7}{3} \Rightarrow y = -\frac{7}{3} \text{ bulunur.}$$

Örnek

$(6 - m, 10 - n)$ noktası II. bölgede ise

m ve n tam sayıları için m - n farkı en az kaçtır?

Çözüm

II. bölgede $(-, +)$

$$\begin{array}{c} \downarrow \downarrow \\ x \quad y \end{array}$$

$$6 - m < 0 \quad \text{ve} \quad 10 - n > 0$$

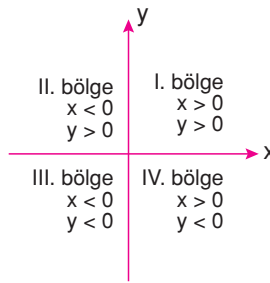
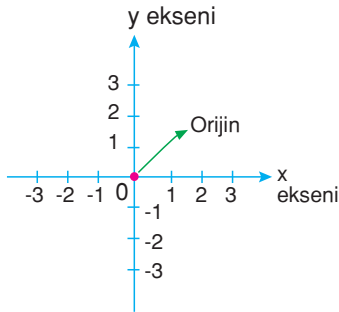
$$6 < m \quad 10 > n$$

$$\left. \begin{array}{l} \boxed{m - n} \rightarrow \text{az} \\ \downarrow \downarrow \\ \text{az} \quad \text{çok} \\ m=7 \quad n=9 \end{array} \right\} 7 - 9 = -2 \text{ olur.}$$

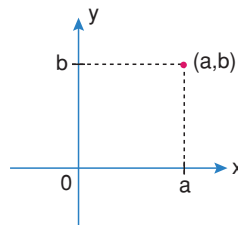
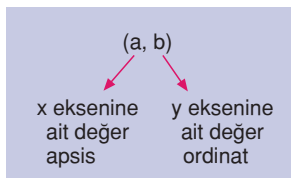
Dik Koordinat Sistemi (Analitik Düzlem)

İki sayı doğrusunun sıfır noktalarından dik olarak kesiştirilmesiyle oluşan sistemdir.

Bu sayı doğrularından yatay olanına **x eksenini**, dikey olanına ise **y eksenini** denir. Bu iki eksenin keştiği noktaya ise **orijin noktası** (başlangıç noktası) denir.



- Her ikili koordinat düzleminde bir nokta gösterir.



Uyarı

$$A \neq B \text{ ise } A \times B \neq B \times A$$

$$A \times A = A^2$$

$$s(A \times B) = s(A) \cdot s(B)$$

KARTEZYEN ÇARPIM

Boş olmayan A ve B kümeleri için x bileşeni A kümesinden ve y bileşeni B kümesinden alınarak elde edilen tüm (x, y) sıralı ikililerinin kümesine A x B kümesi denir. A ile B nin kartezyen çarpımı şeklinde okunur.

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A \text{ ve } y \in B\}$$

- A = {1, 2, 3} ve B = {☆, □} kümeleri için

$$A \times B = \{(1, ☆), (1, □), (2, ☆), (2, □), (3, ☆), (3, □)\}$$

$$B \times A = \{(☆, 1), (☆, 2), (☆, 3), (□, 1), (□, 2), (□, 3)\}$$

Görüldüğü gibi A x B ile B x A aynı küme değildir.

- AxB nin ve BxA nin eleman sayıları eşittir ve A ile B nin eleman sayılarının çarpımı kadardır. Yukarıdaki örnekte görüldüğü gibi

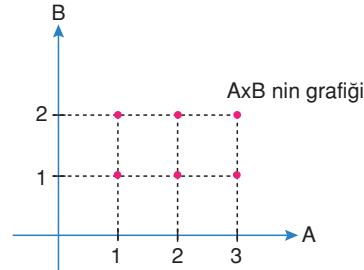
$$s(A) = 3, s(B) = 2 \text{ olduğu için}$$

$$\begin{aligned} s(A \times B) &= 3 \cdot 2 & s(B \times A) &= 2 \cdot 3 \\ &= 6 & &= 6 \end{aligned}$$

Kartezyen Çarpımın Grafiği

Örnek olarak A = {1, 2, 3} ve B = {1, 2} kümeleri alınırsa;

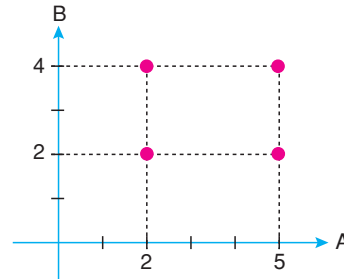
$$A \times B = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)\}$$

**Örnek:**

$$A = \{2, 5\}$$

$$B = \{2, 4\} \text{ ise}$$

$$A \times B = \{(2, 2), (2, 4), (5, 2), (5, 4)\}$$



ÇÖZÜMLÜ TEST

1. $A = \{a, \{b\}, \{b, c\}\}$ ise aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) $a \in A$ B) $\{a\} \subset A$ C) $\{a, \{b\}\} \subset A$
D) $\{b\} \subset A$ E) $\{b, c\} \in A$

2. $A = \{a, b, c\}$ ve $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ olduğuna göre $A \subset C \subset B$ $A \neq C \neq B$ şartını sağlayan kaç tane C kümesi vardır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 4 ve 5 bulunur?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 14 E) 15

4. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümelerinin kaç tanesinde 4 veya 5 bulunur?

- A) 24 B) 21 C) 18 D) 16 E) 15

5. A ve B aynı evrensel kümenin alt kümeleridir. Buna göre $(A' \cap B)' \cup B$ kümesinin eğiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) A B) B C) B' D) A' E) E

6. $A \cap B = \{a, b, c\}$ ve $A \cap C = \{a, b, c, d\}$ ise $A \cap (B \cup C)$ kümesinin alt kümelerinin sayısı kaçtır?

- A) 32 B) 16 C) 8 D) 4 E) 2

7. $A = \{x: |x - 4| \leq 3, x \in \mathbb{Z}\}$
 $B = \{(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 16) = 0, x \in \mathbb{Z}\}$
olduğuna göre $s(A \times B)$ kaçtır?

- A) 10 B) 14 C) 20 D) 28 E) 35

8. A ve B boş olmayan kümelerdir. $3 \cdot s(A - B) = s(A \cap B) = s(B - A)$ ve $s(B) = 24$ olduğuna göre $s(A \cup B)$ kaçtır?

- A) 28 B) 30 C) 32 D) 36 E) 40